

Рабочая программа курса для обучающихся 11 класса составлена на основе авторской программы А.Н. Землякова «Алгебра плюс +: элементарная алгебра с точки зрения высшей математики».

#### **Актуальность:**

Данный курс предусматривает решение *рациональных и иррациональных алгебраических задач*. Это первый и необходимый этап обучения *методам решения алгебраических задач*, в том числе и трансцендентных (тригонометрических, показательных, логарифмических, смешанных). Умение решать указанные трансцендентные задачи основано на знании приемов решения стандартных задач такого рода. Элементы подобного подхода к задачам есть и в основных курсах. Задача курса **A+** состоит в том, чтобы определенную часть умений обучающихся довести до уровня навыков, но навыков осознанных, основывающихся на должном уровне компетентности обучающихся, достигаемом не за счет только тренинга/«натаскивания», а благодаря именно систематичности и «методологичности» обучения методам решения задач от среднего до высокого уровня сложности. С этой точки зрения курс **A+** имеет сугубо утилитарную направленность на подготовку учащихся к продолжению образования в вузах.

#### **Новизна:**

Освоение нового материала обучающимися происходит посредством методически целесообразного сочетания обучения инструментальным навыкам с анализом изучаемых задач и методов их решения с точки зрения так называемой высшей математики. Поэтому по мере возможности и необходимости традиционные вопросы элементарной математики раскрываются с точки зрения высшей. Обучающиеся знакомятся с новыми методами, типами задач, новыми взглядами на уже пройденное, учатся использовать методы высшей арифметики (теории чисел), алгебры (теории многочленов) и математического анализа (дифференциального исчисления) при решении задач элементарной математики. Именно указанной спецификой методики преподавания курса **A+** объясняется обширность затрагиваемого программой материала.

Основной **целью** изучения курса является:

систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы.

В то же время курс **A+** направлен на решение следующих **задач**:

1. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры.
2. Владение общими приемами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражением результатов действий.
3. Получение представления об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, математическим анализом; о единстве математики в целом.
4. Развитие внутренней мотивации и интрапсихического фактора поисковой активности в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

При изучении курса **A+** перед учащимися ставятся следующие **конкретные задачи**:

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями/выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;

- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
- освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;
- получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

## Планируемые результаты

### *Образовательные результаты*

#### **Предметные знания:**

Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений). Формула Кардано—Тарталья.

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов. Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными — основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

#### **Предметные умения, которыми должны овладеть учащиеся по изучении данного курса:**

- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

**Общеинтеллектуальные умения:**

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

**Общекультурные компетенции:**

- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

**Личностные результаты:**

- стремление к самосовершенствованию в образовательной области «Математика», развитие математической культуры в целом, лучшее осознание возможностей самореализации средствами математики, в том числе в профессиональной сфере;
- развитие таких качеств, как воля, целеустремленность, креативность, инициативность, трудолюбие, дисциплинированность, а также умение принимать самостоятельные решения и нести за них ответственность;
- развитие умения ориентироваться в современном научном мире математики;
- формирование активной жизненной позиции, готовности отстаивать национальные и общечеловеческие (гуманистические, демократические) ценности, позицию гражданина своей страны и патриота;
- развитие способности к личностному и профессиональному самоопределению, к выбору профессии, в том числе с использованием математики в будущей профессиональной деятельности;
- развитие критического мышления, мотивации к познанию и самообразованию на протяжении всей жизни.

**Метапредметные результаты:**

- развитие умения применять полученные знания в разных областях на стыке специальностей в теоретической и практической деятельности, умения взаимодействовать с окружающими, выполняя разные социальные роли;
- умение осуществлять индивидуальную и совместную проектную работу, в том числе с выходом в социум;
- совершенствование умений работы с информацией: поиск и выделение научных сведений с использованием разных источников информации; выделять основную мысль, главные факты;
- умение рационально планировать свой учебный труд;
- развитие умений самоконтроля, самооценки в процессе деятельности и в процессе учения.

**Предметные результаты** состоят в применении математических знаний к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики), в

достижении коммуникативной компетенции в математике на уровне, превышающем пороговый, позволяющем в продолжении математического профессионального образования.

## Содержание программы

### *Тема 1. Логика алгебраических задач*

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными. Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.

Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.

Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.

Алгебраические задачи с параметрами.

Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.

Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

### *Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические*

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями  $R$ ,  $Q$  и над кольцом  $Z$ . Степень многочлена. Кольца многочленов. Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.

Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.

Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.

Элементы перестановочной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.

Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.

Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени.

Угадывание корней и разложение. Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.

Графический анализ кубического уравнения  $x^3 + Ax = B$ . Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.

Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.

Линейная замена, основанная на симметрии.

Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.

Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением.

Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

### *Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства*

Представление о рациональных алгебраических выражениях.

Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.

Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.

Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.

Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.

Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.

Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости.

Стандартные неравенства. Метод областей.

#### *Тема 4. Рациональные алгебраические системы*

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.

Однородные системы уравнений с двумя переменными. Замена переменных в системах уравнений. Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга—Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).

Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.

Метод разложения при решении систем уравнений.

Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.

Оценка значений переменных.

Сведение уравнений к системам.

Системы с тремя переменными. Основные методы.

Системы Виета с тремя переменными.

#### *Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи*

Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной.

Замена с ограничениями.

Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.

Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.

Освобождение от кубических радикалов.

Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.

Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений.

Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).

Дробно-иррациональные неравенства. Сведение к совокупностям систем.

Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.

Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности и оценок при решении неравенств.

Уравнения с модулями. Раскрытие модулей — стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.

Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.

Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).

Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.

Смешанные системы с двумя переменными.

## Тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Количество часов
	<b>Логика алгебраических задач</b>	<b>8</b>
1	Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными	1
2	Равносильность и следование задач	1
3	Равносильность уравнений и систем с одной переменной	1
4	Совокупности и системы алгебраических задач	1
5	Следование уравнений с одной переменной	1
6	Алгебраические задачи с параметрами	1
7	Логические задачи с параметрами	1
8	Итоговое занятие по теме «Логика алгебраических задач»	1
	<b>Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения</b>	<b>15</b>
9	Многочлены. Степень многочлена. Кольца многочленов.	1
10	Делимость и деление многочленов	1
11	Теорема Безу. Корни многочленов.	1
12	Делимость многочленов на двучлен	1
13	Полностью разложимые многочлены. Теоремы Виета	1
14	Формула Ньютона. Треугольник Паскаля	1
15	Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета	1
16	Квадратичные неравенства, метод интервалов	1
17	Кубические многочлены. Решение кубических уравнений	1
18	Уравнения 4 степени: схема Феррари	1
19	Простейшие полиномиальные уравнения	1
20	Линейные замены, основанные на симметрии	1
21	Метод разложения. Поиск рациональных корней	1
22	Разложение методом неопределенных коэффициентов	1
23	Итоговое занятие по теме «Многочлены»	1
	<b>Рациональные алгебраические уравнения и неравенства</b>	<b>10</b>
24	Рациональные алгебраические выражения и задачи	1
25	Метод замены	1
26	Симметричные уравнения	1
27	Кососимметричные уравнения	1
28	Простейшие рациональные неравенства	1
29	Методы решения рациональных алгебраических неравенств	1
30	Сведение к системам неравенств	1
31	Метод интервалов	1
32	Метод замены	1
33	Неравенства с двумя переменными	1
	<b>Рациональные алгебраические системы</b>	<b>19</b>
34	Решение уравнений с двумя переменными	1
35	Однородные уравнения с двумя переменными	1
36	Решение систем. Метод подстановки	1
37	Однородные системы	1
38	Метод замены	1
39	Симметричные системы	1

40	Системы Виета	1
41	Решение систем методом разложения	1
42	Метод оценок	1
43	Метод итераций	1
44	Сведение уравнений к системам	1
45	Оценка значений переменных	1
46	Системы с тремя переменными. Метод подстановки	1
47	Метод замены	1
48	Использование однородности	1
49	Система Виета с тремя переменными	1
50	Симметричные системы	1
51	Метод разложения	1
52	Метод разложения при решении систем уравнений	1
	<b>Иррациональные алгебраические задачи</b>	<b>16</b>
53	Иррациональные алгебраические выражения. Уравнения с квадратными радикалами	1
54	Замена переменной	1
55	Неэквивалентные преобразования с проверкой	1
56	Метод эквивалентных преобразований	1
57	Сведение уравнений к системам	1
58	Освобождение от кубических радикалов	1
59	Использование монотонности. Использование однородности	1
60	Неравенства с радикалами. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений	1
61	Метод интервалов при решении иррациональных неравенств	1
62	Использование монотонности при решении неравенств	1
63	Уравнения с модулями	1
64	Уравнения с модулями. Раскрытие модулей. Стандартные схемы	1
65	Метод интервалов при раскрытии модулей	1
66	Неравенства с модулями. Метод интервалов в неравенствах с параметрами	1
67	Комбинированные задачи с модулями	1
68	Обобщение и систематизация знаний	1
	<b>Итого</b>	<b>68</b>

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
городского округа Тольятти «Школа №20  
имени Героя Советского Союза Д.М. Карбышева»**

---

**ПРИНЯТА**

на заседании

Педагогического Совета

Протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**УТВЕРЖДЕНА**

Директор МБУ «Школа № 20»

\_\_\_\_\_ О.Н. Солодовникова

№ \_\_\_\_ -од от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая  
программа**

*Алгебра +*

*11 класс*

**Направленность: техническая**

**Уровень образования: среднее общее**

**Возраст: 17-18 лет (11 класс)**

**Срок реализации: 68 учебных часов**

**Составитель(и): *Всина И.Н., учитель математики***

---

(ФИО разработчика(ов) рабочей программы с указанием должности)

Тольятти,

2021

